

Nombre y Apellido:

Número de Padrón:

Curso:

Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios.

La evaluación se aprueba con 3 (tres) ejercicios bien resueltos.

Tema 1

- **Ejercicio 1.** Sea $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - xy^2}}$ y sea D su dominio natural

- a) Halle y grafique D .
- b) Indique si D es abierto y/o conexo, justificando su respuesta, y represente en otro gráfico su frontera.

- **Ejercicio 2.** Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2 \operatorname{sen}(x)}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Analice la continuidad de f en $(0, 0)$.
- b) Halle todos los versores para los cuales la derivada direccional en $(0, 0)$ es nula.

- **Ejercicio 3.** Sea C la curva intersección de las superficies Σ_1 de ecuación $y^2 + y + xz = 0$ y Σ_2 de ecuación $e^{z^2} - y^2 + 4x = 4$. Analice si el plano normal C en el punto $(1, y_0, 0)$ es paralelo al plano $x - 2y - 2z = 1$.

- **Ejercicio 4.** Se sabe que el polinomio de Taylor de segundo orden en $(1, -1)$ de un campo escalar $f \in \mathcal{C}^3(\mathbb{R}^2)$ es $p_2(u, v) = 3 - u + v + u^2 - 2uv$. Halle la dirección de máxima derivada direccional de la función $h(x, y) = 2x^2y + f(x + y, -e^{xy})$ en el punto $(0, 1)$. Justifique su procedimiento.

- **Ejercicio 5.** Sea $f(x, y) = a(x - 2)^2 + b(y + 1)^2 - 2x^3$ con $a \in \mathbb{R}$ y $b \in \mathbb{R} - \{0\}$.

- a) Determine todos los valores de a y b de manera tal que f alcance un extremo relativo en $(1, -1)$; ¿Qué tipo de extremo es?
- b) Para los valores de a y b encontrados en el inciso anterior, analice y si f tiene otro punto crítico, y en caso afirmativo, clasifíquelo.