Nombre y Apellido: Número de Padrón:

Curso:

Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios.

La evaluación se aprueba con 3 (tres) ejercicios bien resueltos.

Tema 1

- **Ejercicio 1.** Sea $h(x,y) = f(x-y, x+y, xy)$ con $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}^3)$. Se sabe que el plano de ecuación $2x + z = 1$ es tangente al gráfico de h en $P = (1, 1, h(1,1))$ y que la segunda componente de $\nabla f(0,2,1)$ es 2. Halle la dirección en la cual la derivada direccional de f en $(0,2,1)$ alcanza su máximo valor e indique cuánto vale este máximo.

- **Ejercicio 2.** Sea
$$f(x,y) = ae^{ax} - xy + b\,\mathrm{sen}(y) - x + y + y^2.$$
Halle todos los valores de las constantes a y b para los cuales f alcanza un extremo relativo en el origen. Clasifique el tipo de extremo para los valores de a y b obtenidos.

- **Ejercicio 3.** Sea
$$f(x,y) = \frac{\sqrt{4x^2 - 8x + y^2}}{\sqrt[4]{9 - x^2 - y^2}}.$$
Sea D el dominio natural de f. Grafique D, el interior de D y su frontera ∂D. Describa el conjunto $\partial D \cap D$ mediante ecuaciones.

- **Ejercicio 4.** Prueba que la ecuación
$$x^2 y + xz - e^y = 1$$
define implítamente una función $x = g(y,z)$ de clase $\mathcal{C}^1$ en un entorno del punto $(y_0, z_0) = (0,1)$. Calcule $g(0.05, 0.97)$ mediante una aproximación lineal.

- **Ejercicio 5.** Sea Σ la superficie de ecuación
$$\vec{X} = \left(u + v, \frac{v^2}{2}, \frac{u^2}{2}\right), \quad u > 0, v > 0.$$
Halle todos los $P \in \Sigma$ para los cuales el plano tangente a Σ en P es paralelo al plano tangente a la superficie Σ^* de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ en el punto $A = (-1, 1, 1)$. Para cada uno de lo P hallados, encuentre una ecuación paramétrica del plano tangente a Σ en ese punto.