Nombre y Apellido:

Número de Padrón:

Curso:

Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios.

La evaluación se aprueba con 3 (tres) ejercicios bien resueltos.

Tema 1

- **Ejercicio 1.** Sea D el dominio de

$$\vec{f}(x, y) = \left(1 + \ln(xy), \sqrt{3 - x^2 + 2x - 4y^2} \right).$$

1. Grafique D , su frontera y su interior.
2. Determine si D es abierto, cerrado, acotado y/o conexo.

- **Ejercicio 2.** Sea

$$f(x, y) = \mathbf{a}[(x - 2)^2 + 2y] + \mathbf{b}[(y + 1)^2 - 2x^3] + 8x - 4y, \quad \mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}.$$

Halle los valores de $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$ para que f tenga un punto crítico en $(1, 0)$ y clasifíquelo.

- **Ejercicio 3.** Pruebe que la ecuación

$$3zy - \cos(z)x + yx^2 = 0$$

define implícitamente una función $x = f(y, z)$ de clase $\mathcal{C}^1$ en un entorno de $(y_0, z_0) = (1, 0)$ tal que $f(y_0, z_0) = x_0 > 0$. Calcule aproximadamente $f(0.95, 0.02)$ mediante una aproximación lineal.

- **Ejercicio 4.** Sea $g(x, y) = f(x + y, x^3y^2)$ con $f(r, s)$ un campo escalar de clase $\mathcal{C}^1(\mathbb{R}^2)$.

Se sabe que $f(0, 1) = 1$ y que $f'((0, 1), \check{v}) = \sqrt{2}$ y $f'((0, 1), \check{u}) = 2\sqrt{2}$ cuando $\check{v} = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$ y $\check{u} = (\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$.

Halle una ecuación del plano tangente al gráfico de g en el punto $(1, -1, g(1, -1))$.

- **Ejercicio 5.** Sean Σ la superficie de ecuación $x + (y - 1)^2 + z^2 = 3$ y Γ la curva definida por las ecuaciones

$$\begin{cases} y^2 - 2y - x + 1 = 0 \\ y - z = 1 \end{cases}.$$

1. Encuentre los puntos donde se intersecan Σ y Γ .
2. Para cada punto P hallado en el ítem 1, encuentre la recta tangente a Γ en P .